SUR L'ANALYSE DES SYSTEMES HYBRIDES A L'AIDE DE RESEAUX DE PETRI

Mircea Adrian DRIGHICIU Universitatea din Craiova, Facultatea de Electromecanică Bd.Decebal Nr. 107, e-mail:adrighiciu@em.ucv.ro

Résumé: La plupart des systèmes techniques sont des systèmes hybrides composés d'une partie continue et d'une partie discrète, qui agissent en permanence une sur l'autre. Pour les modéliser à l'aide des Réseaux de Petri (RdP) il est nécessaire de trouver une configuration qui réponde en même temps au caractère continu q'au caractère discret du système, bien que le nombre d'états atteignables soit fini et les événements externes qui pilotent le système sont asynchrones.

On a développé d'abord les RdP continus autonomes, comme cas limite des RdP discrets autonomes, puis les RdP continus avec vitesses de franchissement sont obtenus par transformation d'un RdP discret temporisé, pour modéliser les sous – systèmes continus. Pour une analyse qualitative et quantitative d'un système réel, les RdP Hybrides sont bien adaptés.

L'approche que nous venons de le présenter s'avère sur les RdP Hybrides et leurs applications.

Mots clé : Systèmes Dynamiques Hybrides, Réseaux de Petri, Modélisation, Simulation.

1. INTRODUCTION

D'une manière générale, les systèmes dynamiques faisant intervenir explicitement et simultanément des phénomènes ou des modèles de type dynamique continu et événementiel sont appelés Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH). Ces systèmes sont classiquement constitués de processus continus interagissant avec ou supervisés par des processus discrets. Ils résultent également de l'organisation hiérarchique des systèmes de contrôle / commande complexes ou des algorithmes continus de commande. On peut également rencontrer des systèmes continus auxquels sont associées des commutations discrètes, (David et al. 2001, Zaytoon 2001).

Traditionnellement, l'automatique traite différemment les problèmes de type continu et ceux de type séquentiel. Chacun de ces domaines a créé un ensemble de théories et de méthodes et a développé des solutions performantes pour régler les problèmes homogènes qui se posent à lui, mais sans toujours intégrer les solutions et les apports de l'autre domaine. Là où il y a rupture de la théorie, des concepts, des métiers, et donc une grave lacune qualitative, c'est dans l'application de ces théories unitaires et homogènes aux systèmes réels qui, dans tous les cas, réunissent des modes continus et des fonctionnements discontinus ou séquentiels.

Ainsi, pour une machine-outil, le comportement n'est pas le même si la machine est en usinage, en déplacement, en changement d'outil ou en maintenance, et les performances d'une commande, même robuste, sont difficiles à garantir lors des changements de modes. L'application de méthodes rigoureuses pour traiter les aspects continus d'une part, et les aspects séquentiels d'autre part, ne saurait garantir la qualité du système global tant que les interactions entre ces deux aspects ne sont pas prises en compte. La résolution des problèmes "résiduels" de l'automatisation, liés aux changements de mode de marche, de traitement des défauts, de démarrage ou d'arrêt, passe par l'adoption d'une démarche hybride, de la spécification des besoins à la réalisation, afin de modéliser, d'analyser, de concevoir, de simuler et d'exploiter le système dans l'ensemble de son comportement (Zaytoon 2001).

Les méthodes de l'automatique reposent sur des modèles et représentations homogènes qui sont: les modèles d'équations différentielles pour les systèmes continus, les modèles états – transitions et les modèles markoviens pour les systèmes événementiels. Or, la plupart des systèmes réels sont des systèmes dynamiques hybrides, composés de sous – processus continus qui sont démarrés, reconfigurés et arrêtés par une commande logique – à états discrets – dont les entrées sont issues des horloges et des signaux de capteurs installés sur les processus continus. Ainsi, l' analyse de ceux-ci a comme l'objectif la modélisation et d'en donner une formalisation homogène (et non une formalisation fractionnée par partie ou par modes de fonctionnement comme c'est souvent le cas).

2. LES RESEAUX DE PETRI

Les réseaux de Petri sont un outil bien adapté pour modéliser les systèmes à événements discrets, car il possède deux caractéristiques importantes. D'abord, de nature graphique, il permet de modéliser et d'analyser les primitives de comportement telles que la synchronisation, le parallélisme, le partage de ressources etc. Puis, sur les modèles obtenus, on peut aisément effectuer une analyse qualitative lorsque l'on considère le modèle autonome, et une analyse quantitative lorsque le temps lui est adjoint (David et al. 1992). Dans un premier instant, les Réseaux de Petri ont été largement utilisés pour modéliser les systèmes discrets (systèmes de calcul, de production, de communication etc.), car le marquage d'une place peut correspondre, soit à l'état booléen d'un dispositif (par exemple, une ressource est disponible ou pas), soit à un nombre entier (par exemple le nombre de pieces dans un stock).

Les Réseaux de Petri Discrets

Un réseau de Petri est un graphe biparti fait de deux types de sommets : les places et les transitions. Des arcs orientés relient certaines places à certaines transitions, ou certaines transitions à certaines places. Un arc ne relie jamais deux sommets de même nature. Généralement, les places sont représentées par des cercles et les transitions par des rectangles (ou des barres). Chaque place peut contenir un ou plusieurs jetons, représentés par des points, qui vont permettre de modéliser la dynamique du système, (Fig.1). Dans un Réseau de Petri, le marquage d'une place - comparable à une variable booléenne - peut correspondre à l'état d'un appareil, par exemple une machine est disponible ou n'est pas disponible. Un marquage peut également être associé à un nombre entier, par exemple le nombre de pièces dans le stock d'entrée d'une machine (David et al. 1992).



Fig.1 Exemple d'un Réseau de Petri discret

De manière plus formelle, un Réseau de Petri est un $5 - uple PN = (P, T, A, W, M_0)$, où $P = \{P_1, P_2, ..., P_n\}$ est un ensemble fini de places, $T = \{T_1, T_2, ..., T_q\}$ - un ensemble fini de transitions, $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ est l'ensemble fini des arcs, $W : A \rightarrow \{1, 2, ...\}$ - la fonction poids des arcs et $M_0 : P \rightarrow \{0, 1, 2, ...\}$ est le marquage initial du réseau (David et al. 1992).

Une méthode générale d'analyse pour ces types des réseaux (places – transitons) consiste à déterminer tous les états atteignables et à en déduire diverses propriétés du système. Ainsi, un marquage **M** atteint à partir de M_0 par franchissement d'une séquence S peut être obtenu en utilisant la relation fondamentale :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{U} \cdot \mathbf{s}, \qquad (1)$$

avec :

U – la matrice d'incidence du réseau ;

s – le vecteur caractéristique de la séquence S.

De plus, les Réseaux de Petri temporisés sont bien adaptés pour évaluer quantitativement un système. Cependant un modèle peut contenir un grand nombre de marques ou bien on peut y trouver des durées n'ayant pas le même ordre de grandeur. Par exemple, le temps de production d'une pièce est en général beaucoup plus court que le temps moyen entre deux pannes d'une machine. Dans ce cas le nombre d'états accessibles explose. Ce phénomène constitue une limite pratique à l'utilisation des réseaux discrets. L'utilisation des modèles continus pour étudier des systèmes à événements discrets peut constituer une bonne approximation.

Les Réseaux de Petri Continus

Le Réseau de Petri continu - défini comme un cas limite de réseau discret - est un modèle dans lequel les nombres de marques dans les places sont des nombres réels. Ce modèle – qui s'apparente aux Réseaux de Petri temporisés sur les transitions - a été introduit en considérant que le franchissement d'une transition se fait de façon continue avec une certaine vitesse – v(t), (Fig.2). Cela signifie qu'entre l'instant t et l'instant t + dt, une quantité de marque vdt est retirée aux places en amont de la transition et une quantité de marques vdtest ajoutée aux places en aval de cette transition (cas des réseaux ordinaires) (David et all 2001).

Le marquage initial indiqué est aussi (2, 1, 0, 0), mais dans ce cas les marques sont des nombres réels et non plus des entiers, (Fig.2).



Fig.2 Exemple d'un Réseau de Petri continu

Dans cet état les transitions T_1 et T_3 sont validées, c'est – à – dire franchissables, puisque les marquages de leurs places d'entrée ne sont pas nuls. Par exemple, la transition T_1 peut être franchie mais on définit maintenant une quantité de franchissement qui est un nombre réel compris dans l'interval continu [0, 1]; la valeur maximale – 1 dans ce cas – correspond à m₂ (qui est le minimum de m₁ et m₂). Pour une quantité de franchissement 0.2 on atteint le marquage (1.8, 1, 0.2, 0).

Dans un Réseau de Petri continu, une séquence de franchissements S à partir d'un marquage **M** implique une trajectoire correspondant à une suite de marquages successifs. Le vecteur caractéristique **s** d'une trajectoire est un vecteur dans lequel chaque composante est un nombre réel correspondant à une quantité de franchissements de la transition correspondante. Donc, la relation fondamentale pour un réseau de Petri continu est identique à la relation fondamentale pour un réseau discret (1). Donc, toute propriété des réseaux discrets basée sur cette relation peut être transposée aux réseaux continus (David et al. 1992, David et al. 2001, Zaytoon 2001).

Les Réseaux de Petri Hybrides

Les réseaux continus constituent une bonne approximation lorsqu'il s'agit de modéliser un flux de pièces – par exemple. Cependant l'état opérationnel ou en panne d'une machine, ou en règle générale toute condition booléenne ne peut être modélisée par un nombre réel. Ceci a conduit naturellement a définir les réseaux hybrides, réunissant une partie discrète et une partie continu. Ainsi, dans un réseau hybride, on retrouve des places et des transitions discrètes (représentées en simple ligne) et des places et des transitions continus (représentées en double ligne), avec une influence mutuelle des parties discrètes et continus, (Fig.3) (David et al. 2001, Zaytoon 2001).



Fig.3 Exemple d'un Réseau de Petri hybride

Les places continues sont P_1 et P_3 , les transitions continues sont T_1 et T_2 , les places discrètes P_2 et P_4 , et les transitions discrètes T_3 et T_4 . Les transitions T_1 et T_3 sont validées, donc franchissables. Alors, si la transition continue T_1 sera franchie avec une vitesse constante, pour une quantité de franchissement 0.1 on obtient le marquage (1.9, 1, 0.1, 0). On a retiré donc une quantité de marquage 0.1 de P_1 et P_2 qui sont les places d'entrée, et l'on a ajouté la même quantité à P_3 et P_2 qui sont les places de sortie. On voit que le marquage de la place discrète P_2 est encore un entier, puisque l'on a retiré et ajouté la même quantité.

L'influence de la partie discrète du réseau (du système) sur la partie continue de celui – ci et vice versa décrit le comportement événementiel pour l'entière structure hybride du système. Par exemple, pour un système de deux réservoirs (Fig.4.a) - les places P₄ et P₅ - qui se vident l'un dans l'autre à travers une vanne (transition T₃) qui peut être ouverte (place discrète P1 avec un jeton) ou fermée (jeton dans la place P2), l'état de la place discrète P_1 influence le fonctionnement de la partie continue, (Fig. 4.b). Le franchissement continu de la transition T₃ correspond à un écoulement à une vitesse V₃ quand la place P₁ n'est pas vide. Les durées d₁ et d₂ correspondent à des temporisations de la partie discrète. Quand la place P1 n'est pas marquée, la transition T₃ n'est plus franchie (arrêt de l'écoulement). En cas de conflit entre une transition discrète et une transition continue, la transition discrète est toujours prioritaire. Alors, quand P_1 est marquée, le franchissement d'une quantité V₃dt de T₃ consiste à retirer $V_3 dt$ marques à P₁ et à ajouter la même quantité à P_1 , donc le marquage de P_1 reste constant à la valeur 1.



Fig.4 Explicative à la modélisation du système : a) Le schéma de principe ; b) Le Réseau de Petri hybride

On peut avoir aussi le comportement dual (Fig.5). Pour le même système de réservoirs, cette fois, la fermeture de la vanne est pilotée par la partie continue. Le remplissage du réservoir 2 est arrêté lorsque la quantité de liquide dans ce réservoir atteint le volume 40,1. Ceci est réalisé par la boucle $P_5 - T_1$.



Fig.5 Réseau de Petri hybride avec une partie continue qui influence la partie discrète.

Par similitude avec les Réseaux de Petri discrètes, un Réseau de Petri hybride - modèle pour un système hybride -est un sextuplet RPH = (PN, h), tel que PN est un réseau généralisé et h : $P \cup T \rightarrow \{D, C\}$ – fonction hybride qui indique, pour chaque nœud s'il est discret (D), ou continu (C). De plus, le vecteur caractéristique s d'une sequence S est un vecteur dans lequel chaque composante est soit un entier correspondant au nombre de franchissements d'une transition discrète, soit un nombre réel correspondant à une quantité de franchissement d'une transition continue. On peut montrer que, la relation qui exprime la variation du marquage en fonction du temps (Zaytoon 2001):

$$\frac{\mathrm{d}\,\mathbf{M}}{\mathrm{d}\,t} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{v}(t) \tag{2}$$

est vraie pour n'importe quelle expression de v(t), ce qui conduit à une expression :

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{M}_0 + \int_0^t \mathbf{U} \cdot v(u) \cdot \mathrm{d} u , \qquad (3)$$

qui peut toujours s'appliquer si l'on dispose de v(t).

Les Réseaux de Petri hybrides, extensions du modèle de base, permettent de modéliser certaines clases de systèmes hybrides sur les mêmes bases conceptuelles que les réseaux classiques. L'analyse des propriétés telles que les invariants de marquage et de transitions lorsqu'un franchissements de état stationnaire a été atteint, peut se faire de même façon. Mais, tous les comportements ne peuvent pas être obtenus de facon analytique et on doit passer par la simulation que constitue l'établissement du graphe d'évolution. Pour connaître ce qui se passe dans un régime transitoire, avant l'atteinte d'un régime stationnaire, cette nécessité de simulation s'applique aussi aux Réseaux de Petri discrèts temporisés. Il a été montré que les Réseaux de Petri hybrides sont très utiles pour modéliser certains systèmes industriels.

3. EXEMPLES D'APPLICATIONS

Exemple 1 – Système de Production

On considère une ligne de fabrication composée par deux machines outils M_1 et M_2 qui font partie d'un flux sériel, toute machine comporte un stock (à capacité finie) de pièces à l'entrée (Fig.6).



Fig.6 Le système de production sériel

Ce système produit un seul type de pièce. Chaque produit comporte une seule opération à chaque machine. Les produits sont transportés par des palettes qui seront réutilisés à chaque fin du cycle de production. On considère q'on dispose de quatre palettes qui, dans l'état initial se trouvent dans le stock du première machine.

Le système de production peut être modélisé soit par un réseau discret (Fig. 7 a.), soit par un réseau hybride (Fig. 7 b.) (David et al. 1992, Drighiciu 2003).

Dans le premier cas on a un réseau T - temporisé dans lequel l'intervalle $d_1 = 0.5$ s est associé à la transition T_1 en représentant le temps d'usinage sur la première machine. L'intervalle $d_2 = 1$ s associé à la transition T_2 représente le temps opératoire sur la machine M_2 . Par le marquage (un seul jeton) des places P_3 et P_4 on limite a 1 le nombre de franchissements des transitions T_1 et T_2 (il n'existe pas qu'une seule machine pour chaque opération). On peut construire le modèle hybride du système en remplaçant le marquage réel et par l'association à chaque transition T_j à une vitesse de franchissement v_j : $v_j = 1/d_j$.



Fig.7 Les modèles du système de production : a) Le modèle discret ; b) Le modèle hybride

L'évolution du marquage de chaque place montre la différence entre les deux modèles (Fig. 8a et 8b).

Le deuxième modèle est ainsi une approximation du premier est s'avère la meilleure solution pour les systèmes à grande taille ou pour ceux dans lesquels le marquage est assez grand.



Fig. 8 L'évolution du marquage de la place P₂ du réseau :
a)L'évolution du marquage en hypothèse d'un réseau discret ; b) L'évolution du marquage pour le modèle hybride du système.

Exemple 2 – Système de remplissage

Dans un système de stockage, deux réservoirs se relient entre eux par une vanne V_1 qui, une fois ouverte permet l'écoulement libre du liquide de R_1 vers R_2 (Fig. 9) (Drighiciu 2000, Drighiciu 2001).



Fig. 9 Le système de remplissage

L'alimentation du premier réservoir est réalisée par la vanne V_2 et l'écoulement du liquide contenu dans le seconde réservoir est fait par la vanne de sortie V_3 . On demande de commander les trois vannes pour mentir le liquide dans le réservoir R_1 à un niveau constant.

Dans l'état initial, le niveau du liquide dans le réservoir R_1 est $h = h_{min}$ et le réservoir R_2 est vide. A ce moment là, on ouvre la vanne V_1 . Cette ci reste ouvert jusqu'au moment dont le niveau dans R_1 est $h = h_{min}$. Alors on ferme la vanne V_1 et on ouvre V_2 et V_3 . Le niveau augmente à la cote maximale. Pour $h = h_{max}$ les vannes V_2 et V_3 seront fermées et la vanne V_1 sera ouverte. Ainsi, c'est possible de réaliser un réglage du niveau entre h_{min} et h_{max} : $h_{min} \leq h \leq h_{max}$. Le modèle Réseau de Petri est hybride (Fig.10), composé d'un sous – réseau continu (les places P_1 et P_2 et les transitions T_4 , T_1 et T_9) et d'un réseau discret (les autres éléments du réseau) qui corresponde à la partie commande (ouverture et fermeture des vannes).



Fig.10 Le modèle réseau de Petri hybride du système dans l'état initial : toutes les vannes sont fermées et le liquide dans le réservoir R_1 se trouve à la cote h_{in} .

Les arcs de test autorisent le franchissement des transitions dont elles sont reliées. On a associé pour les transitions continues des vitesses de franchissement :

$$v = \mathbf{c} \cdot \sqrt{\mathbf{h}} \tag{4}$$

avec h - le niveau du liquide dans un réservoir et c le coefficient d'écoulement.

En effet, le débit qui s'écoule par une vanne a l'expression :

$$q = k \cdot \sqrt{p} \tag{5}$$

dont p est la valeur de la pression dans le réservoir et k le coefficient en caractérisant l'écoulement par la vanne. Mais :

$$p = \rho \cdot g \cdot h \implies q = k \cdot \sqrt{\rho \cdot g \cdot h} = k_1 \cdot \sqrt{h}$$
 (6)

D'autre part :

$$q = \frac{dV}{dt} = \frac{d(A \cdot h)}{dt}$$
(7)

avec V – le volume du réservoir et A – la surface du réservoir.

On a obtenu :

$$\dot{\mathbf{A}} \cdot \dot{\mathbf{h}} = \mathbf{k}_1 \cdot \sqrt{\mathbf{h}} \implies \dot{\mathbf{h}} = \mathbf{c} \cdot \sqrt{\mathbf{h}}$$
 (8)

Avec un plus de généralité on peut écrire :

$$h = sign[h] \cdot c \cdot \sqrt{h}$$
 (9)

Le modèle a été vérifié par simulation avec le logiciel Visual Object Net ++ pour h _{in} = 40 cm, h _{max} = 30 cm, h _{min} = 10 cm (Drath 1997).

Les jetons qui se trouvent dans les places P_3 , P_6 et P_7 indiquent l'état « fermé » de toutes les vannes. L'ordre d'ouverture pour la vanne V_1 est reçu après une durée d_1 (la temporisation associée à la transition T_2). Puis, le processus de réglage se déroule périodiquement (Fig. 11).



Fig. 11 La variation du niveau de liquide dans le réservoir R₁ pendant le cycle de fonctionnement

Exemple 3 – Système de transport

On considère un système de transport continu de type convoyeur (sans, ou avec accumulation) qui porte des certains produits entre plusieurs stations de travail (machines) ayant un stock (de capacité finie, en général) à l'entrée et l'autre à la sortie (Fig.12a). Le premier niveau de la structure que nous venons a réaliser contient le modèle hybride réseau de Petri, sur lequel on indique les éléments: les places P_1 , P_2 et P_3 (discrètes), P_5 et P_6 (continus), et les transitions T_1 , T_2 et T_4 (continue), (Fig.12 b.), (Drighiciu 2003).





Le modèle proposé représente d'une manière très explicite un élément spécifique pour la classe de systèmes de transport, donc il contient a priori des propriétés structurelles qui permettent de représenter plusieurs caractéristiques (attributs) paramétrisables (longueur, vitesse, capacité de transport etc.). On peut aisément adapter le modèle à une autre structure, en changeant soit la capacité d'arc P6 - T2, la valeur nominale de la vitesse $-v_N$ (le marquage en P₅), ou bien le marquage en P₁ (la capacité du convoyeur). Pour ce cas - là, le convoyeur peut transporter un seul produit à la fois. Le franchissement de la transition discrète T₁ ajoute un jeton dans la place P2, qui autorise le franchissement continu de la transition T₄ par l'arc de test P2 - T4. Au moment que la longueur maximale est atteinte (le produit est portée par le convoyeur sur la valeur x_{max} - le marquage réel de la place P₆), la transition T₂ sera franchie, on retrouve le produit dans le stock de sortie (jeton dans la place P₃) et un nouveau produit est en train d'être transporté d'une manière similaire. On peut faire aisément l'analyse du réseau (la vérification des principales propriétés structurelles et comportementales) par simulation, avec le logiciel Visual Object Net ++ (Fig.13), (Drath 1997).



Fig. 13 L'écran principal du logiciel Visual Object Net ++

4. CONCLUSIONS

L'intérêt essentiel des Réseaux de Petri hybrides réside dans leur capacité d'analyse du modèle graphique. Cette analyse, dite validation, permet d'extraire du modèle les propriétés que doit posséder le système physique représenté. On peut ainsi montrer que le modèle obtenu est borné, sans blocage ou réinitialisable. Le modèle peut dés lors être implanté sur un ordinateur sous la forme d'un programme ou d'une base de donnés confiée à un programme exécutable. Après avoir indiqué l'état initial du modèle, le concepteur pourra demander un ensemble de simulations pour une stratégie de conduite donnée en faisant varier les dimensions du modèle, ou tester différentes stratégies de conduite. Enfin, les modèles Réseaux de Petri Hybrides peuvent être utilisés en commande. C'est ainsi que l'on pourra associer aux jetons de chaque place, d'une part des actions de commande · destination du procédé, d'autre part, des événements comptes - rendus de ces actions. Il est ainsi possible de les utiliser comme aide à la décision dans l'exploitation en temps réel.

Le formalisme de réseaux de Petri hybrides est très bien adapté pour l'analyse de systèmes d'une taille assez petite. Pour des systèmes complexes, la topologie du réseau, bien que sa dynamique, posent réels problèmes dues soit à la structure du système, soit à l'explosion d'états atteignables. Une approche qui soulève parfois cet inconvénient a comme sujet les Réseaux de Petri Objets, constitués par des réseaux primaires, avec une structure et une dynamique interne, qui permet leur liaison directe ou bien par des éléments auxiliaires, externes, qui assurent le bon fonctionnement du modèle.

5. BIBLIOGRAPHIE

David, R., Alla, H., *Du Grafcet aux Réseaux de Petri*, Hermes, Paris, 1992.

David, R., Alla, H., *On Hybrid Petri nets*, Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications, No.11, p.9 - 40, 2001.

Drath, R., *Objektorientierte Modellierung hybrider Prozesse*, Vorstellung eines neuen Werkzeuges, 42, IWK, TU Ilmenau, 1997, Bd.3, p.533 – 540.

Drighiciu, M.A., *L'analyse de systèmes eléctromecaniques – une approche par les Réseaux de Petri*, Analele Universității din Craiova, Seria Inginerie Electrică, Anul 24, Nr.24, Editura Universitaria, 2000, pag.103 – 115.

Drighiciu, M., A., Manolea, Gh., Formalismul Rețelelor Petri neautonome în analiza sistemelor electromecanice, A Treia Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice și Energetice – SIELMEN 2001, Chișinău, 4 – 5 octombrie 2001.

Drighiciu, M.A., *Studiul sistemelor electromecanice utilizând Rețele Petri*, Teză de doctorat Universitatea din Craiova, 2003.

Zaytoon, J., *Systèmes dinamiques hybrides*, Hermes, Paris 2001.