Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică
Examen de admitere la licență - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Model 1

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. $2x+5=\pm 4$	**3p**
$x_1=-1/2,\ x_2=-9/2$	**2p**
2. $-\frac{b}{2a}=\frac{5m}{4}=\frac{1}{4}$	**3p**
$m=\frac{1}{5}$	**2p**
3. $5x+6>0$	**1p**
$5x+6=9$	**3p**
$x=\frac{3}{5}$	**1p**
4. $P_5=120$	**1p**
$C_6^2+A_5^3=75$	**3p**
$\frac{P_5}{C_6^2+A_5^3}=\frac{8}{5}$	**1p**
5. $\vec{w}=\vec{v_1}+3\vec{v_2}=10\vec{i}-\vec{j}$	**5p**
6. $BC=\sqrt{19}$	**3p**
$P=8+\sqrt{19}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a) $\det A=6(a^2-1)$	**5p**
b) $detA\neq 0$	**3p**
$a\neq \pm 1$	**2p**
c) $\Delta_x=-6;\ \Delta=-6;\ x=1$	**2p**
$\Delta_y=-6;\ \Delta=-6;\ y=1$	**2p**
$\Delta_z=-3;\ \Delta=-6;\ z=1/2$	**1p**
2. a) $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice $x,y\in \boldsymbol{R}$	**5p**
b) $(3^x-5)^2=16$	**2p**
$3^x-5=\pm 4$	**2p**
$x_1=2,\ x_2=0$	**1p**
c) $e=6$ element neutru	**2p**
$x'=\frac{5x-24}{x-5},\forall\, x\neq 5$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a) $l_s(3)=l_d(3)$; $a=\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$	**5p**
b) $f'(9)=1/3$	**5p**
c) $y-6=1/3\cdot(x-9)$	**5p**
2. a) $F'_m(x)=f_m(x)>0,\forall\, x\in \boldsymbol{R}$ deci F_m este strict crescătoare pe **R,** $\forall\, m\in \boldsymbol{R}^*$	**5p**
b) $\int_0^1(f_1(x)-x^2-2)e^x dx=\int_0^1 xe^x dx=1$	**5p**
c) $Aria=\frac{m^2}{3}+\frac{m}{2}+2$	**3p**
$m=-3/4$	**2p**

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică
Examen de admitere la licență - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică

Model 2

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. $Re\ z = -14$	**5p**
2. $x_1 + x_2 = m;\ \ x_1x_2 = m+1$	**2p**
${x_1}^2 + {x_2}^2 = x_1x_2 - 2 \leftrightarrow\ m^2 - 3m - 1 = 0$	**2p**
$m_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$	**1p**
3. $2^x = t$	**2p**
$2^{2x} - 9\cdot 2^x + 8 = 0\ \leftrightarrow\ \ t^2 - 9t + 8 = 0$	**2p**
$x_1=3,\ x_2=0$	**1p**
4. $\frac{80-k}{2} - \frac{k}{3} = 0$	**3p**
$k = 48;$ termenul este T_{49}	**2p**
5. $y = x+1$	**5p**
6. $\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	**3p**
$\sin 2x = \frac{4\sqrt{2}}{9}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a) Calcul direct	**5p**
b) $A\cdot\frac{1}{3}(A-8I_2) = \frac{1}{3}(A-8I_2)\cdot A = I_2$, deci $\frac{1}{3}(A-8I_2)$ este inversa matricei A	**5p**
c) Dacă $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $AX = XA \leftrightarrow\ \ X = \begin{pmatrix} a & b \\ \frac{5}{3}b & a+\frac{4}{3}b \end{pmatrix}$, deci există o infinitate de soluții........	**5p**
2. a) $\frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_2x_3} + \frac{1}{x_1x_3} = \frac{3}{8}$, deci nu depinde de a.	**5p**
b) $f(1) = -6;$ deci $a = 26$........	**5p**
c) $x_1+x_3=2x_2$, rezultă $x_2 = 3$	**1p**
$f(3) = 0$, rezultă $a = 26$	**1p**
$(x-3)(x^2-6x+8=0)$, rezultă $x_1=4,\ x_3=2$........	**3p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a) $f'(x) = \frac{2x+1}{2x\sqrt{x}}$, oricare ar fi $x>0$........	**5p**
b) $f'(x) > 0$, oricare ar fi $x > 0$, deci f este strict crescătoare, de unde $25\sqrt{14} < 27\sqrt{13}$	**5p**
c) $f\left(\frac{1}{4x}\right) = -f(x)$	**3p**
$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x^{13})+x^{15}+f(\frac{1}{4x^{13}})}{x^{15}} = 1$	**2p**
2. a) $F''(x) = \frac{1}{x} > 0, \forall\ x \in (0,\infty)$	**4p**
F este convexă pe $(0,\infty)$	**1p**
b) $\int_e^{e^2} f(x^2\cdot e^x)dx = \frac{e^2(e^2+3)}{2}$	**5p**
c) $Vol = \pi\int_1^e x^2(\ln x)^2\,dx = \frac{\pi(5e^3-2)}{27}$	**5p**

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 3

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. $A = \dfrac{2015}{2016} \in (0,1)$, deci $[A] = 0$ **5p**
2. $x \in (-1,3) \bigcap \mathbb{Z} = \{0,1,2\}$ **5p**
3. $\left(T_{k+1} = C_{40}^{k} 2^{k/4} \in \mathbb{Q}\right) \Leftrightarrow \left(k \vdots 4\right)$. Rezultă 11 termeni raţionali **5p**
4. $\cos A = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \dfrac{1}{8}$ **5p**
5. $\dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{x_B + x_D}{2}, \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{y_B + y_D}{2}$, de unde $D(3,1)$ **5p**
6. $\sin 2a = -\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$ **5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a) $\det A(1) = 1$ **5p**
b) $B(1)^3 = O_3$ **5p**
c) $A(1)^{2016} = C_{2016}^{0} I_3 + C_{2016}^{1} B(1) + C_{2016}^{2} B(1)^2 = \begin{pmatrix} 1 & C_{2016}^{1} & C_{2016}^{1} + C_{2016}^{2} \\ 0 & 1 & C_{2016}^{1} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **5p**

2. a) Calcul direct **5p**
b) $x \circ y - \sqrt{2} = \left(x - \sqrt{2}\right)\left(y - \sqrt{2}\right) > 0, \forall x, y > \sqrt{2}$ **5p**
c) $a = \alpha \circ \sqrt{2} \circ \beta = \sqrt{2} \circ \beta = \sqrt{2}$ **5p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a) $f'(x) = \dfrac{-8x}{(x^2+1)(x^2+5)}, x \in \mathbb{R}$ **5p**
b) $y = 0$ asimptotă orizontală la $+\infty$ şi $-\infty$ **5p**
c) $y = \ln 5$ **5p**
2. a) $F'(x) = f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, deci F este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ **5p**
b) $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x^2+5}\,dx = \frac{5\ln\left(\sqrt{6}+1\right)}{2} - \frac{5\ln 5}{4} + \frac{\sqrt{6}}{2}$ **5p**
c) $\displaystyle \text{Vol} = \pi \int_0^1 \left(x^2+5\right)^{3/2} dx = \pi \left(\frac{75\ln\left(\sqrt{6}+1\right)}{8} - \frac{75\ln 5}{16} + \frac{27\sqrt{6}}{8}\right)$ **5p**

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 4

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. $S = -4$ **5p**
2. $x \in (-\frac{1}{2}, 1)$ **5p**
3. $x \in \{3, 81\}$ **5p**
4. $y = x + 1$ **5p**
5. $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{25}{4}$ **5p**
6. $x = 1$ **5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a) $I_2 = X(0) \in H$ **5p**
b) Calcul direct **5p**
c) Prin inducţie matematică, $X(1) \cdot X(2) \cdot ... \cdot X(n) = X((n+1)! - 1), \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ **5p**

2. a) $S_1 + \frac{S_3}{S_4} = \frac{2a}{3}$ **5p**
b) Dacă $f \,\vdots\, (X^2 - 1)$, atunci $6 - 2a = f(1) = 0$ şi $6 + 2a = f(-1) = 0$, fals **5p**
c) $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 = \frac{a^3}{27} + a$ **5p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x) - 2}{x} = 2031$ **5p**
b) Din $f'(x) > 0$, f este strict crescătoare, deci injectivă. Din f continuă şi $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$, f este surjectivă. **5p**
c) Din $f''(x) > 0$, f este convexă pe $\mathbb{R}$ **5p**

2. a) $\int\limits_0^1 f(x)\,dx = \frac{1}{4} \ln \frac{6}{5}$ **5p**
b) $\int\limits_0^5 \frac{5f(x) + x^4 f(x)}{x^8 + 25} dx = \frac{\sqrt{5}}{20}$ arctg $5^{7/2}$ **5p**
c) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{1}{x - 5} \int\limits_5^x f(t)\,dt = f(5) = \frac{25}{126}$ **5p**

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 5

• **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
• **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
• **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. $r = 4$ şi $S_{15} = \dfrac{15\,(a_1 + a_{15})}{2} = 450$ **5p**
2. $V\left(\dfrac{5}{2}, \dfrac{57}{4}\right)$ **5p**
3. Din $T_{k+1} = 2^k C_{32}^k x^{32-2k}$, obţinem $k = 15$. Coeficientul cerut este C_{32}^{15} **5p**
4. $2x + y + 10 = 0$ **5p**
5. $\mathrm{tg}\ (2a) = \dfrac{24}{7}$ **5p**
6. $x_1^3 + x_2^3 = 2$ **5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a) $B^2 = I_3$ **5p**
b) $B^{-1} = B$ **5p**
c) $(a-b)\det A = (a-b)\det\begin{pmatrix} a+b & 0 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & b & a \end{pmatrix} = \left(a^2 - b^2\right)^2 \geq 0,\ \forall a, b \in \mathbb{R}$ **5p**

2. a) $a = 4$ **5p**
b) $x_1 = x_2 = 1,\ x_3 = i,\ x_4 = -i$ **5p**
c) Calcul direct, folosind relaţiile lui Viète **5p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a) $-\dfrac{2}{5}$ **5p**
b) Cum $f'(x) = -\dfrac{10}{(x-5)^2} < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}\setminus\{5\}$, f este strict descrescătoare pe $\mathbb{R}$. **5p**
c) $2x + 5y + 5 = 0$ **5p**
2. a) $f_2(x) = \dfrac{1 - e^{-x^3}}{3},\ \forall x \geq 0$ **5p**
b) Cum $f_3'(x) = x^3 e^{-x^3} \geq 0,\ \forall x \geq 0$, f_3 este crescătoare pe $[0, \infty)$ **5p**
c) Cum $f_3''(x) = 3x^2(1-x)\left(x^2 + x + 1\right)e^{-x^3},\ \forall x \geq 0$, $x = 1$ este punctul de inflexiune **5p**

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 6

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. $\sqrt{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$ **5p**
2. $\left(T_{k+1}=C_{100}^{k}3^{k/2}\in\mathbb{Q}\right)\Leftrightarrow\left(k\,\vdots\,2\right)$. Rezultă 50 de temeni iraţionali **5p**
3. $x=2$ **5p**
4. $a\in\{-2,-1\}$ **5p**
5. $|z|=1$ **5p**
6. Progresie aritmetică, $a_1=2$, $r=3$, $S=S_{41}=\dfrac{41\left(2+122\right)}{2}=2542$ **5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a) $\det A=0$ **5p**
b) Prin inducţie matematică se arată că $A^n=A$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$ **5p**
c) Dacă $a=1$, $B=A$ şi $B^n=A^n=A\neq O_3$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$. Dacă $a\neq 1$, $\det B=1-a\neq 0$ şi $B^n\neq O_3$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$ (altfel, $\det B^n=\det O_3=0=\det B$) **5p**

2. a) $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, $\forall x,\, y\in\mathbb{R}$ **5p**
b) Verificarea axiomelor grupului **5p**
c) $A\left(x\right)^n=A\left(nx\right)$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $x\in\mathbb{R}$ **5p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a) $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty$ **5p**
b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f\left(x+1\right)}{f\left(x\right)}=e$. **5p**
c) Din $f''\left(x\right)=5e^x+2>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$, f este convexă pe $\mathbb{R}$ **5p**
2. a) $\displaystyle\int_{-5}^{5}x^{2015}f\left(x\right)dx=0$ **5p**
b) $\mathrm{Vol}=\dfrac{500\pi}{3}$ **5p**
c) $\displaystyle\int_{0}^{5}x^{3}f\left(x\right)dx=\frac{1250}{3}$ **5p**

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 7

• **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
• **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
• **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. $q = 2$ **5p**
2. $x \in (0, +\infty)$ **5p**
3. Din $T_{k+1} = C_{12}^k \left(-\frac{1}{4}\right)^k x^{8+k/3}$, obţinem $k = 6$. Termenul cerut este T_7 .... **5p**
4. $\frac{3}{5}$ **5p**
5. $a = 1 > 0$ şi $\Delta < 0$ **5p**
6. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ **5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a) $D(7) = 0$ **5p**
b) Calcul direct **5p**
c) $x \in \{-\log_7 4, -1, 1, \log_7 4\}$ **5p**

2. a) Verificarea axiomelor grupului **5p**
b) f morfism de grupuri şi bijectivă **5p**
c) $x \circ y = (x-5)(y-5) + 5$. Deci $a = \alpha \circ 5 \circ \beta = 5 \circ \beta = 5$ **5p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a) $f'(x) = \frac{9 - x^2}{(x^2+9)^2}, \forall x \in \mathbb{R}$ **5p**
b) -3, 3 sunt punctele de extrem **5p**
c) $-3\sqrt{3}$, 0, $3\sqrt{3}$ sunt punctele de inflexiune **5p**
2. a) Din $f'(x) > 0$, f este strict crescătoare, deci injectivă. Din f continuă şi $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, f este surjectivă **5p**
b) $\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{5\pi}{4} + \frac{5(1-\ln 2)}{2}$ **5p**
c) $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}dx = \frac{5\pi^2}{32} + \frac{5\ln 2}{2}$ **5p**

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 8

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. .... 5 p
$z^2 = \frac{1}{2}i$ .... 2 p
$i^4 = i$ .... 1 p
$z^{2016} = \frac{1}{2^{1008}}$ .... 2 p
2. .... 5 p
$x_1 + x_2 = 5$ .... 1 p
$x_1 x_2 = 4$ .... 1 p
$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 25 - 8 = 17$ .... 1 p
$\frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1 + x_2} = x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 = 13$ .... 2 p

3. .... 5 p
$3^{x-2} = 3^{-2}$ .... 2 p
Obţinerea rădăcinii reale $x = 0$ .... 3 p

4. .... 5 p
Numărul submulţimilor este C_{2016}^2 .... 2 p
$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ .... 1 p
$C_{2016}^2 = \frac{2016 \cdot 2015}{2}$ .... 2 p
5. .... 5 p
Aria ΔABC este $\frac{1}{2}|\Delta|$, $\Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$ .... 3 p
$\Delta = -2$, ... 1 p
Aria este egală cu 1, ... 1 p
6. .... 5 p
$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$ .... 2 p
$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$ .... 1 p
$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .... 1 p
$\sin 2\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .... 1 p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. .... 15 p

a) $\det M_{a,b} = a^3 + 2b^3 - 3ab^2$ .... 5 p

b) $M_{a,b} \cdot M_{c,d} = M_{ac+2bd,ad+bc+bd}$ .... 3 p
$\det(M_{a,b} \cdot M_{c,d}) = \det M_{a,b} \cdot \det M_{c,d} = 1$ .... 1 p
Concluzia .... 1 p
c) Asociativitatea .... 1 p
Comutativitatea .... 1 p
Matricea unitate $I_3 = M_{1,0} \in H$ .... 1 p
Orice matrice $M_{a,b} \in H$ este inversabilă şi inversa $M_{a,b}^{-1} = M_{a^2-b^2,b^2-ab} \in H$ .... 2 p
2. .... 15 p
a) Matricea sistemului este $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ .... 2 p
$\det A = 0$ .... 1 p
Toţi minorii de rang doi sunt nuli .... 1 p
Matricea are rangul 1 .... 1 p
b) $(0,0,0)$ este soluţia banală (nulă) a acestui sistem liniar omegen .... 3 p
O altă soluţie este $(-3,1,1)$ .... 2 p
c) Soluţia generală a sistemului este $(-\alpha - 2\beta, \alpha, \beta)$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .... 3 p
Mulţimea soluţiilor este $S = \{(-\alpha - 2\beta, \alpha, \beta) | \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ .... 2 p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. .... 15 p
a) $f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$, pentru orice $x > 0$ .... 2 p
$f'(x) > 0$, pe $(0, \infty)$ implică f este strict crescătoare .... 3 p
b) $f(1) = -1$, $f'(1) = 2$ .... 2 p
Ecuaţia tangentei în $M(x_0, f(x_0))$ este $y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ .... 2 p
Ecuaţia tangentei în $M(1,-1)$ este $y + 1 = 2(x - 1)$ .... 1 p
c) $\int_1^e x f(x)\, dx = \int_1^e x \ln x\, dx - \int_1^e dx$ .... 2 p
$\int_1^e x \ln x\, dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} \frac{1}{4}$ .... 2 p
Integrala este egală cu $\frac{e^2}{4} - e + \frac{5}{4}$ .... 1 p
2. .... 15 p
a) $f_2(x) = \int_1^x f_1(t)\, dt = x - 1$ .... 2 p
$f_3(x) = \int_1^x f_2(t)\, dt = \int_1^x (t-1)\, dt = \frac{(x-1)^2}{2}$ .... 3 p
b) Etapa I. Verificarea, P(1): $f_1(x) = \frac{(x-1)^0}{0!}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ .... 1 p
Etapa a II-a. P(k) implică P(k+1)
Dacă $f_k(x) = \frac{(x-1)^{k-1}}{(k-1)!}$ atunci $f_{k+1}(x) = \int_1^x f_k(t)\, dt = \int_1^x \frac{(t-1)^{k-1}}{(k-1)!}\, dt = \frac{(x-1)^k}{k!}$ .... 4 p
c) $a_n = f_{n+1}(2) = \frac{1}{n!}$ .... 3 p
$\lim_{n \to \infty} a_n = 0$ .... 2 p

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 9

• **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
• **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
• **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. .... 5 p
Modulul numărului complex $z = a + ib$ este $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .... 2 p
$(z+2)^{2016} = (-i)^{2016} = \left((-i)^4\right)^{504} = 1$ .... 2 p
$|(z+2)^{2016}| = 1$ .... 1 p
2. .... 5 p
$\Delta = b^2 - 4ac = 9 > 0$ .... 1 p
$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_1 = -1$, $x_2 = 2$ .... 3 p
Punctele de intersecţie ale graficului cu axa Ox sunt $M_1(-1,0)$, $M_2(2,0)$ .... 1 p
3. .... 5 p
Condiţia de existenţă a radicalului $3x + 4 > 0$ .... 2 p
$\sqrt{3x+4} = 2 \Rightarrow \sqrt{3x+4} = 4$ .... 2 p
Rădăcina ecuaţiei este $x_1 = 0$ .... 1 p
4. .... 5 p
$6! = 720$ .... 2 p
$n \in \{0,1,2,3,4,5,6\}$ .... 2 p
Există 7 numere .... 1 p
5. .... 5 p
Distanţa de la punctul $A(x_0, y_0)$ la dreapta $d : ax + by + c = 0$ este
$d(A,d) = \dfrac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ .... 3 p
$d(A,d) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ .... 2 p
6. .... 5 p
Semiperimetrul triunghiului este $p = \dfrac{a+b+c}{2} = 6$ .... 1 p
Aria triunghiului este $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6$ .... 2 p
Raza cercului înscris în triunghiul ABC este $r = \dfrac{S}{p} = 1$ .... 2 p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. .... 15 p
a) Pentru orice x, $y \in \mathbb{R}$ avem $(x+2)(y+2) - 2 = xy + 2x + 2y + 2$ .... 5 p
b) Elementul neutru este -1, $x \circ (-1) = (-1) \circ x = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ .... 2 p
Se observă că $x \circ (-2) = (-2) \circ x = -2 \neq -1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ .... 1 p
Orice $x \neq -2$ este simetrizabil, cu simetricul $x' = -2 + \dfrac{1}{x+2}$ .... 2 p

c) Verificarea P(2): $x \circ x = (x+2)^2 - 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ .... 1 p
Demonstraţia că P(k) implică P(k+1) .... 3 p
Concluzia rezultă conform metodei inducţiei matematice .... 1 p
2. .... 15 p
a) $(X-1)f = g$ implică f divide polinomul g .... 5 p
b) $f = (X+1)(X^2+1)$ .... 2 p
Rădăcinile sunt $x_1 = -1$, $x_2 = -i$, $x_3 = i$ .... 3 p
c) Relaţiile lui Viète:
$S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = -1$, $S_2 = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 1$, $S_3 = x_1x_2x_3 = -1$
Suma cerută este egală cu $S_2^2 - 2S_3S_1 = -1$ .... 5 p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. .... 15 p
a) $x - \dfrac{2}{1+x^2} = \dfrac{(x-1)(x^2+x+2)}{1+x^2}$ .... 1 p
$x - \dfrac{2}{1+x^2} \le 0 \Leftrightarrow x \le 1$ .... 2 p
$x - \dfrac{2}{1+x^2} > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .... 2 p
b) $\lim\limits_{x \nearrow 1} f(x) = \lim\limits_{x \searrow 1} f(x) = f(1) = 1$ .... 1 p
f este continuă pe $\mathbb{R}$ .... 1 p
f continuă implică f admite primitive pe $\mathbb{R}$ .... 1 p
O primitivă F a lui f este de forma $F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} + c_1 & \text{dacă} \quad x \le 1 \\ \dfrac{1}{2} arctg x + c_2 & \text{dacă} \quad x > 1 \end{cases}$,
c_1, c_2 constante reale .... 1 p
F derivabilă implică F continuă, adică $c_1 = \dfrac{\pi - 1}{2} + c$, $c_2 = c$
$F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{\pi-1}{2} + c & \text{dacă} \quad x \le 1 \\ \dfrac{1}{2} arctg x + c & \text{dacă} \quad x > 1 \end{cases}$ .... 1 p
c) $I = \displaystyle\int_0^2 x f(x)\, dx = \int_0^1 x^2\, dx + \int_1^2 \frac{2x}{1+x^2}\, dx$ .... 2 p
$I = \left.\dfrac{x^3}{3}\right|_0^1 + \ln\left(x^2+1\right)\Big|_1^2$ .... 2 p
$I = \dfrac{1}{3} + \ln\left(\dfrac{5}{2}\right)$ .... 1 p
2. .... 15 p
a) $f_n(1) = \dfrac{n+1}{2}$ .... 3 p
$\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1) = +\infty$ .... 2 p
b) Dacă $x \ne 1$, atunci $f_n(x) = \dfrac{1 - x^{n+1}}{(1+x^n)(1-x)}$ .... 1 p
Dacă $x \in [0,1)$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) = \dfrac{1}{1-x}$ .... 1 p
Dacă $x \in (1, +\infty)$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \lim f_n(x) = -\dfrac{x}{1-x}$ .... 1 p
$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-x} & \text{dacă} \quad x \in [0,1) \\ \dfrac{x}{x-1} & \text{dacă} \quad x \in (1,+\infty) \end{cases}$ .... 1 p
f este continuă şi derivabilă pe $[0,1)$ şi pe $(1,+\infty)$ .... 1 p

c) $I=\int\limits_0^1\left[f_2(x)-f_1(x)\right]\,dx=\int\limits_0^1\left[\frac{1+x+x^2}{1+x^2}-\frac{1+x}{1+x}\right]\,dx=\int\limits_0^1\frac{x}{1+x^2}\,dx$ ....3 p

$I=\frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right)\Big|_0^1=\frac{1}{2}\ln 2$ .... 2 p

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 10

• **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
• **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
• **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. .... 5 p
$\log_2|z| = \log_2\sqrt{2} = \frac{1}{2}$ .... 5 p
2. .... 5 p
$x_1^{2016} + x_2^{2016} = i^{2016} + (-i)^{2016} = 2$ .... 5 p
3. .... 5 p
Ecuaţia este echivalentă cu $x + 1 = 27$ .... 4 p
$x_1 = 28$ soluţie unică .... 1 p
4. .... 5 p
Probabilitatea este raportul dintre numărul cazurilor favorabile şi numărul cazurilor posibile 2 p
Există 36 de cazuri posibile şi 6 cazuri favorabile .... 2 p
Probabilitatea este $\frac{1}{6}$ .... 1 p
5. .... 5 p
Panta dreptei d este $m_d = -2$ .... 1 p
Panta dreptei g este $m_g = -\frac{1}{m_d} = -\frac{1}{2}$ .... 1 p
Ecuaţia dreptei g care trece prin punctul A este $y - y_A = m_g(x - x_A)$ .... 2 p
Ecuaţia dreptei d este $x + 2y - 1 = 0$ .... 1 p
6. .... 5 p
Teorema cosinusului: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2ABAC}$ .... 4 p
$\cos A = -\frac{5}{28}$ .... 2 p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. .... 15 p
a) $x * 0 = x$ .... 3 p
$x * (-1) = -1$ .... 2 p
b) $*$ este lege de compoziţie asociativă .... 1 p
$*$ este lege de compoziţie comutativă .... 1 p
$*$ este lege de compoziţie cu elementul neutru 0 .... 1 p
Elementul -1 nu are simetric ($x * (-1) = -1$, $\forall x \in \mathbb{R}$) .... 1 p
$(\mathbb{R}, *)$ nu este grup, ci doar monoid comutativ .... 1 p
c) $x * y = (x+1)(y+1) - 1$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .... 2 p
$x * x * x * x * x = (x+1)^5 - 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ .... 2 p
$x = -1$ soluţie unică .... 1 p
2. .... 15 p
a) $f(\widehat{0}) = \widehat{1}$, $f(\widehat{1}) = \widehat{3}$, $f(\widehat{2}) = \widehat{1}$, $f(\widehat{3}) = \widehat{1}$, $f(\widehat{4}) = \widehat{4}$ .... 5 p

b) $\tilde{f}(\widehat{4}) = f(\widehat{4}) + \widehat{1} = \widehat{0}$ .... 3 p
Singura rădăcină a lui $\tilde{f}$ în $\mathbb{Z}_5$ este $\widehat{4}$ .... 2 p
c) $f = g \cdot X + \widehat{1}$ .... 3 p
Câtul şi restul împărţirii sunt $q = X$, $r = \widehat{1}$ .... 2 p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. .... 15 p
a) $f'(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$ .... 5 p
b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 + mx + 1}{x^2 - x} = 1$ .... 2 p
$\lim\limits_{x\to\infty} (f(x) - x) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(m+1)x + 1}{x - 1} = m + 1 = 2$ .... 2 p
$m = 1$ .... 1 p
c) $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx = \int_{-1}^{0} \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}\,dx =$ .... 1 p
$\displaystyle= \int_{-1}^{0} \frac{(x-1)(x+2) + 3}{x - 1}\,dx = \int_{-1}^{0} (x+2)\,dx + \int_{-1}^{0} \frac{3}{x-1}\,dx =$ .... 2 p
$\displaystyle= \frac{x^2}{2} + 2x\Big|_{-1}^{0} - 3\ln|x-1|\Big|_{-1}^{0} =$ .... 1 p
$\displaystyle= \frac{3}{2} - 3\ln 2$ .... 1 p
2. .... 15 p
a) $f'(x) = \dfrac{1}{x} - 1 = \dfrac{1 - x}{x}$ .... 3 p
$x = 1$ este abscisa singurului punct de extrem al lui f .... 2 p

b) Ecuaţia tangentei în $M(x_0, f(x_0))$ este $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ .... 2 p
$x_0 = e$, $f(e) = 1 - e$, $f'(0) = \dfrac{1}{e} - 1$ .... 1 p
Ecuaţia tangentei la G_f în $M(e, f(e))$ este $y = \left(\dfrac{1}{e} - 1\right) x$ .... 2 p
c) $\displaystyle\int_{1}^{e} f(x)\,dx = \int_{1}^{e} \ln x\,dx - \int_{1}^{e} x\,dx =$ .... 1 p
$\displaystyle= \int_{1}^{e} x' \ln x\,dx - \int_{1}^{e} x\,dx =$ .... 1 p
$\displaystyle= x\ln x\Big|_{1}^{e} - \int_{1}^{e} 1\,dx - \frac{x^2}{2}\Big|_{1}^{e} =$ .... 2 p
$\displaystyle= \frac{3 - e^2}{2}$ .... 1 p

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 11

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. .... 5 p
$z = \frac{1+i}{1-i} - \frac{1-i}{1+i} = 2i$ .... 2 p
$|z|^{2016} = 2^{2016}$ .... 3 p
2. .... 5 p
Relaţiile lui Viète $x_1 + x_2 = -1$, $x_1x_2 = m$ .... 2 p
$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1 - 2m$ .... 1 p
$-1 = 1 - 2m$ .... 1 p
$m = 1$ .... 1 p
3. .... 5 p
Numărul cerut este 54312 .... 5 p
4. .... 5 p
Condiţii de existenţă: $x^2 + 3x + 1 > 0$, $x > 0$ .... 2 p
$\frac{1}{2}\log_3(x^2 + 3x + 1) = \log_3 x$ .... 1 p
$x = -\frac{1}{3} < 0$, ecuaţia nu are soluţii .... 1 p
5. .... 5 p
$\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ sunt coliniari dacă şi numai dacă $\frac{-1}{1} = \frac{2m}{-1}$ .... 3 p
$m = \frac{1}{2}$ .... 2 p
6. .... 5 p
$\sin^2 a = 1 - \cos^2 a = \frac{2}{3}$, $\sin a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ .... 2 p
$\frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} = 3 + 2\sqrt{2}$ .... 3 p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. .... 15 p
a) $\det A = 1 - 2m$ .... 2 p
Există un minor de ordin doi nenul .... 1 p
Matricea A este 2 dacă şi numai dacă $m = \frac{1}{2}$ .... 2 p
b) $\det A = -1$, $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^*$ .... 2 p
Inversa este $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .... 3 p

c) $A_1 = \frac{1}{2}(A + A^t)$ simetrică şi $A_2 = \frac{1}{2}(A - A^t)$ antisimetrică ....4 p
$A = A_1 + A_2$ ....1 p
2. ....15 p
a) $f(\varepsilon) = \varepsilon(-\varepsilon)^{2n+1} + (m-1)\varepsilon^n = (m-2)\varepsilon^n$ ....5 p
b) f este divizibil cu $X^2 + X + 1$ dacă şi numai dacă $f(\varepsilon) = 0$, $f(\overline{\varepsilon}) = 0$ ....3 p
$f(\overline{\varepsilon}) = \overline{f(\varepsilon)}$ ....1 p
$m = 2$ ....1 p
c) Pentru $n = 3$, $m = 1$, $f = X(X+1)^7$ ....1 p
Ecuaţia $f(x) = 0$ are soluţia simplă $x_1 = 0$ şi soluţia multiplă $x_{2,\ldots,8} = -1$ ....4 p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. ....15 p
a) $f(x) = \begin{cases} -x & \text{dacă } x < 1 \\ x - 2 & \text{dacă } x \geq 1 \end{cases}$ ....2 p
Există două puncte $O(0,0)$ şi $A(2,0)$ ....3 p
b) f este continuă pe $\mathbb{R}$ şi derivabilă pe $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ....2 p
$f'(x) = \begin{cases} -1 & \text{dacă } x < 1 \\ 1 & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$ ....1 p
$f'_s(1) = -1$, $f'_d(1) = 1$ ....2 p
c) $\int\limits_0^2 f(x)\,dx = \int\limits_0^1 (-x)\,dx + \int\limits_1^2 (x-2)\,dx =$ ....2 p
$= \left(-\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Bigg|_1^2$ ....2 p
Integrala este egala cu -1 ....1 p
2. ....15 p
a) $f'(x) = 3x^2 + 1$ ....2 p
$g'(x) = \frac{(x-1)^2 e^x}{x^2+1}$ ....3 p
b) $I_n = \int\limits_0^{\frac{1}{n}} x e^x\,dx = \int\limits_0^{\frac{1}{n}} x(e^x)'\,dx =$ ....2 p
$= xe^x\Big|_0^{\frac{1}{n}} - e^x\Big|_0^{\frac{1}{n}} =$ ....2 p
$I_n = e^{\frac{1}{n}}\left(\frac{1}{n} - 1\right) + 1$ ....2 p
c) $\lim\limits_{n\to\infty} n^2(I_n - 1) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ ....3 p
Limita cerută este egală cu $+\infty$ ....2 p

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Examen de admitere la licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Model 12

• **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
• **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
• **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. .... 5 p
$z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ şi $\overline{z} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ sunt rădăcinile complexe ale ecuaţiei $z^3 + 1 = 0$ .... 2 p
$z^{2016} = \left(z^3\right)^{672} = 1$ şi $\overline{z}^{2016} = 1$ .... 2 p
$z^{2016} + \overline{z}^{2016} = 2$ .... 1 p
2. .... 5 p
Ră dăcinile ecuaţiei sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -i$, $x_3 = i$ .... 3 p
Suma $x_1^{2016} + x_2^{2016} + x_3^{2016} = 1 + 1 + 1 = 3$ .... 2 p
3. .... 5 p
Substituţia $e^x = t$ .... 1 p
Obţinerea ecuaţiei $t^2 - 2t - 8 = 0$ .... 1 p
Obţinerea rădăcinilor $t_1 = -2$, $t_2 = 4$ .... 1 p
$e^x = 4$, $x = \ln 4$ soluţie unică .... 2 p
4. .... 5 p
Binomul lui Newton $(a+b)^{2n} = \sum\limits_{k=0}^{2n} C_{2n}^k a^{2n-k} b^k$ .... 2 p
Suma este egală cu $(1-3)^{2n} = 2^{2n}$ .... 3 p
5. .... 5 p
Panta dreptei d este $m_d = -2$ .... 1 p
Panta dreptei g este $m_g = m_d = -2$ .... 1 p
Ecuaţia dreptei g este $y - y_A = m_g(x - x_A)$ .... 1 p
După calcule, ecuaţia dreptei g este $2x + y - 3 = 0$ .... 2 p
6. .... 5 p
Funcţia cos este strict descrescătoare pe $[0, \pi]$. .... 2 p
$1, 2, 3 \in [0, \pi]$ .... 1 p
$\cos 3 < \cos 2 < \cos 1$ .... 2 p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. .... 15 p
a) $\det(A \cdot A^t) = \det A \cdot \det A^t = (\det A)^2$ .... 2 p
$\det A = (a_2 - a_1)(a_3 - a_1)(a_3 - a_2)$ .... 2 p
$\det(A \cdot A^t) = [(a_2 - a_1)(a_3 - a_1)(a_3 - a_2)]^2$ .... 1 p
b) $\det A = 2$, $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^*$ .... 2 p
Inversa este $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ -3 & 4 & -1 \\ 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .... 3 p

c) Sistemul liniar omogen este $\begin{cases} x+y+z &= 0 \\ -x+y+z &= 0 \\ x+y+z &= 0 \end{cases}$ ....1 p

Rangul matricii sistemului este egal cu 2 ....1 p

Soluţia generală este $\begin{cases} x=0 \\ y=-\alpha \\ z=\alpha \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ ....3 p

2. ....15 p

a) $f\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=0$ ....5 p

b) Rădăcinile reale a lui f sunt sunt $x_1=x_2=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $x_3=x_4=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ....5 p

c) Descompunerea lui f în factori ireductibili în $\mathbb{Z}[X]$ este

$f=\left(2X^2-1\right)^2$ ....5 p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. ....15 p

a) $f'(x)=1+e^x$ ....3 p

$f''(x)=e^x$ ....2 p

b) $g(x)=e^x+e^{-x}$ ....1 p

$g'(x)=e^x-e^{-x}$ ....1 p

$g'(x)=0$, $x=0$ unicul punct critic ....1 p

$x=0$ punct de minim pentru g ....2 p

c) $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx=\int_0^1 e^x\,dx+\int_0^1 e^{-x}\,dx=$ ....2 p

$=e^x\big|_0^1-e^{-x}\big|_0^1$ ....2 p

$=e-\dfrac{1}{e}$ ....1 p

2. ....15 p

a) $\displaystyle\lim_{x\nearrow 0} xe^{-\frac{1}{x}}=\lim_{y\to\infty}\left(-\frac{1}{y}e^y\right)=-\infty$, $y=-\dfrac{1}{x}$ ....3 p

$\displaystyle\lim_{x\searrow 0} xe^{-\frac{1}{x}}=\lim_{y\to\infty}\left(\frac{1}{y}e^{-y}\right)=0$, $y=\dfrac{1}{x}$ ....2 p

b) $f'(x)=\dfrac{x+1}{x}\cdot e^{-\frac{1}{x}}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ ....2 p

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$ ....1 p

$\displaystyle\lim_{x\to-\infty} xe^{-\frac{1}{x}}=-\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to\infty} xe^{-\frac{1}{x}}=+\infty$ ....1 p

$M(-1,-e)$ este unicul punct de extrem local (maxim) pentru f.

Funcţia f nu are puncte de extrem global ....1 p

c) $\displaystyle\int_1^2 x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)\,dx=\int_1^2 xe^{-x}\,dx=-\int_1^2 x\left(e^{-x}\right)'\,dx=$ ....2 p

$\displaystyle=-\,xe^{-x}\big|_1^2+\int_1^2 e^{-x}\,dx$ ....2 p

Valoarea integralei $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ este $\dfrac{2e-3}{e^2}$ ....1 p