Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Domeniile: Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei,
Ingineria Sistemelor,
Inginerie Electronică, Telecomunicaţii şi Tehnologii Informaţionale

Examen de admitere la ciclul de studii de licenţă - Sesiunea iulie 2016
Proba scrisă la Matematică

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Calculaţi modulul numărului complex $z = \dfrac{3+i}{3-i}$.

5p 2. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$.

5p 3. În reperul cartezian xOy se consideră triunghiul ABC de vârfuri $A(-1,3)$, $B(3,1)$ şi $C(3,3)$. Determinaţi ecuaţia înălţimii corespunzătoare vârfului C.

5p 4. Se consideră funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = -3x$. Determinaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficelor funcţiilor f şi g.

5p 5. Determinaţi suma primilor 30 de termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 1$ şi $b_2 = \log_3 27$.

5p 6. Ştiind că $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ şi $\sin x = \dfrac{1}{3}$, calculaţi $\cos 2x$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră polinoamele $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, $g = X^3 + X^2 + X + 1$ şi $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile polinomului g.

5p a) Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul g.

5p b) Determinaţi x_1, x_2 şi x_3.

5p c) Arătaţi că $f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) = 3$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă

$$x \circ y = \frac{1}{3}(x-3)(y-3) + 3.$$

5p a) Arătaţi că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru orice număr real x.

5p b) Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţia $n \circ n = 15$.

5p c) Calculaţi $(-2016) \circ (-2015) \circ \ldots \circ 2 \circ 3 \circ 4 \circ \ldots \circ 2015 \circ 2016$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : (3, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x+3) - \ln(x-3)$.

5p a) Arătaţi că funcţia f este strict descrescătoare pe $(3, \infty)$.

5p b) Determinaţi asimptotele graficului funcţiei f.

5p c) Calculaţi $\lim\limits_{x \to \infty} x f(x)$.

2. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \operatorname{arctg} x$.

5p a) Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe $\mathbb{R}$.

5p b) Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = 0$ şi $x = 1$.

5p c) Arătaţi că $\displaystyle\int_1^e f(\ln x)\, dx \leq \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \cdot (e-1)$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.